

فرمول کک معادلات مرتبه اول

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x) \begin{cases} = 0 & \text{همگن} \\ \neq 0 & \text{ناهمگن} \end{cases}$$

عمومی باشند $y_1, y_2 \rightarrow y = c_1 y_1 + c_2 y_2$

① روش کک مرتبه اول

اگر y_1 یک جواب معادله همگن داده شده باشد آنگاه

$$y_2 = v y_1 \quad v = \int w \quad \rightarrow \quad w' + \frac{2y_1' + p(x)y_1}{y_1} w = \frac{f(x)}{y_1} \quad (*)$$

یک معادله خطی به مرتبه اول است که باید حل شود

مثال

$$x^2 y'' - x y' + y = x^2 \quad y = x$$

شکل استاندارد $y'' - \frac{1}{x} y' + \frac{1}{x^2} = x^2 \rightarrow f(x) \quad y_1' = 1$

$$y_2 = x \times v$$

$$v = \int w$$

$$w' + \frac{2y_1' + p(x)y_1}{y_1} w = \frac{f(x)}{y_1}$$

$$w' + \frac{2 + \frac{-1}{x} \times x}{x} w = x$$

$$w' + \frac{1}{x} w = x$$

معادله خطی

$$M = e$$

$$M = x$$

$$w = \frac{1}{x} \left[\int x^2 dx + C \right]$$

$$= \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} C$$

$$\Rightarrow v = \int w = \frac{x^2}{2} + C \ln x$$

$$y = v x$$